EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2007
Proba scrisă la MATEMATICĂ
PROBA D/F

***Varianta* ….090**

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările
Proba F. Programa M2.Filiera teoretică:profil Uman, specializarea științe sociale;Filiera vocațională:profil Militar, specializarea științe sociale
NOTĂ.Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.Timp de lucru efectiv 3 ore.

La toate subiectele se cer rezolvări cu soluții complete

SUBIECTUL I (20p)

(4p) **a)** Să se calculeze distanța de la punctul $A(3,-7)$ la punctul $B(-7,3)$.

(4p) **b)** Să se determine $a,b\in \mathbf{R}$, astfel încât să avem egalitatea de numere complexe $(7+3i)(1-2i)=a+bi$.

(4p) **c)** Să se calculeze aria unui triunghi echilateral cu latura de lungime 6.

(4p) **d)** Să se determine conjugatul numărului complex $-2-5i$.

(2p) **e)** Să se determine $a,b\in \mathbf{R}$, astfel încât punctele $A(3,-7)$ și $B(-7,3)$ să fie pe dreapta de ecuație $x+ay+b=0$.

(2p) **f)** Să se calculeze BC ,dacă în triunghiul ABC, $AB=8$, $AC=10$ și $m\left(\widehat{BAC}\right)=90^\circ$.

SUBIECTUL II (30p)

1.

(3p) **a)** Să se calculeze determinantul $\begin{vmatrix} -10 & -2 \\ -30 & -3 \end{vmatrix}$.

(3p) **b)** Să se calculeze probabilitatea ca un element $n\in\{1,2,3,4,5\}$ să verifice relația $n!\le 25$.

(3p) **c)** Să se rezolve, în mulțimea numerelor reale , ecuația $16^x=32$.

(3p) **d)** Să se rezolve, în mulțimea numerelor reale strict pozitive , ecuația $\log_2 x=3$.

(3p) **e)** Să se calculeze suma coeficienților polinomului $f=X^6-2X^3+1$, $f\in \mathbf{R}[X]$.

2. Se consideră funcția $f:\mathbf{R}^*\to\mathbf{R}$, $f(x)=10+\frac{1}{x^{10}}$.

(3p) **a)** Să se calculeze $f'(x)$, $x\in\mathbf{R}^*$.

(3p) **b)** Să se calculeze $\lim\limits_{x\to 1}\frac{f(x)-f(1)}{x-1}$.

(3p) **c)** Să se determine ecuația asimptotei verticale la graficul funcției f.

(3p) **d)** Să se calculeze $\int_1^2 f(x)dx$.

(3p) **e)** Să se calculeze $\lim\limits_{n\to\infty} f(n)$.

SUBIECTUL III (20p)

Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}2 & -5\\ -4 & 10\end{pmatrix}$, $O_2=\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix}$ şi $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$, $B=A-4I_2$.

(4p) **a)** Să se calculeze determinantul matricei A şi determinantul matricei B.

(4p) **b)** Să se arate că $A^2=12A$.

(4p) **c)** Să se calculeze $B(B-4I_2)$.

(2p) **d)** Să se arate că $\det(C)\cdot\det(D)=\det(C\cdot D)$, pentru orice $C,D\in M_2(\mathbf{R})$.

(2p) **e)** Să se rezolve sistemul $\begin{cases}x+y=0\\ x+2y=0\end{cases}$, $x,y\in\mathbf{R}$.

(2p) **f)** Utilizând metoda inducției matematice ,să se demonstreze că $A^n=12^{n-1}\cdot A$, $\forall n\in\mathbf{N}^*$.

(2p) **g)** Se consideră $G=\{A^n \mid n\in\mathbf{N}^*\}$. Să se arate că G este infinită.

SUBIECTUL IV (20p)

Se consideră funcția $f:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$, $f(x)=x(x^2-3x+2)$.

(4p) **a)** Să se calculeze $f'(x)$, $x\in\mathbf{R}$.

(4p) **b)** Să se verifice că $f(x)=x^3-3x^2+2x$, $\forall x\in\mathbf{R}$.

(4p) **c)** Să se rezolve, în $\mathbf{R}$, ecuația $f'(x)=0$.

(2p) **d)** Să se arate că funcția f are un punct de maxim local şi un punct de minim local .

(2p) **e)** Să se calculeze $\int_0^1 f(x)dx$.

(2p) **f)** Să se verifice identitatea $f'(x)=\frac{1}{2}\left((f'(x))^2+f'(x)+1\right)-\frac{1}{2}\left((f'(x))^2-f'(x)+1\right)$, $\forall x\in\mathbf{R}$.

(2p) **g)** Să se arate că există funcțiile $g:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$, $h:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$, strict crescătoare pe $\mathbf{R}$, astfel încât să avem egalitatea $f(x)=g(x)-h(x)$, $\forall x\in\mathbf{R}$.